

MOVEMENT OF FOUR-AXLE VEHICLE WITH ALL WHEEL STEERING SYSTEM DURING CORNERING

Jerzy Frankowski

Kielce University of Technology
Tysiąclecia Państwa Polskiego Av. 7,25-314 Kielce, Poland
tel.: +48 41 3424448, fax:+48 41 3424340
e- mail: jfrank@tu.kielce.pl

Abstract

Currently most loads are carried by long, multi-axle motor vehicles of high capacity. Most of them are able to turn only front-axle wheels, which is not only a considerable impediment for a driver while passing round obstacle, overtaking or parking but also a cause of accidents due to excess of lateral skid of tires in service along a curvilinear trajectory. The longer vehicle and the larger turning angle of front wheels, the wider portion of lane is occupied at curves. Therefore all wheel or axle steering system is winning attention again. The turning mechanism is either self adjusting or responds to a sign from a skid plate. The turning angle in subsequent axles is adjusted by a lever or a hydraulic system. This paper is a qualitative analysis of wheel steering focused on preventing lateral skid. For that purpose it uses a dynamic model of a four-axle vehicle with many degrees of freedom and with an ability of turning all wheels on a band. Wheel plan unbalanced loads is taken into account. All wheels angle steering should make the rear wheels follow or nearly follow the path of front wheels during cornering. This reduces abrasive wear of tires, which for larger number of wheels leads to operational costs reduction. Solving motion equation system for the discussed model will make it possible to determine relationships between turning angles of front and backs axle wheels and the velocity of vehicle's weight centre. The vehicle trajectory for the prescribed design and operation parameters will be determined.

Keywords: transport, vehicle, log-carrying articulated vehicle model, vehicle curvilinear motion

ZAGADNIENIE ŚLEDZENIA PRZEBIEGU TORÓW KÓŁ OSI PRZEDNIEJ PRZEZ KOŁA OSI TYLNYCH CZTEROOSIOWEGO POJAZDU Z KIEROWANYMI KOŁAMI PODCZAS RUCHU NA ŁUKU DROGI

Streszczenie

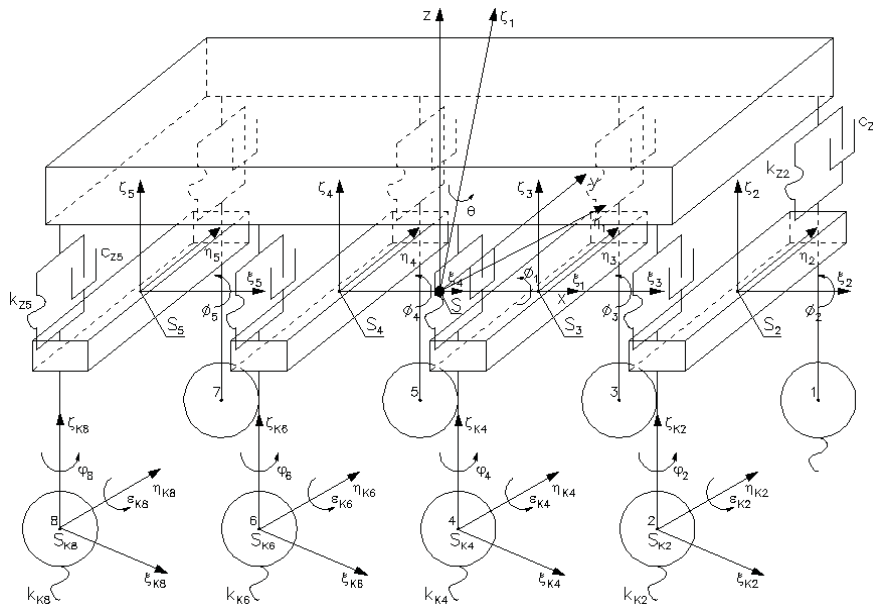
Aktualnie większość ładunków przewozi się pojazdami samochodowymi wieloosiowymi dużej ładowności i długości. Większość z tych pojazdów posiada jedynie możliwość skręcania kół osi przedniej, co w przypadku wykonywania manewru omijania przeszkody, wyprzedzania, parkowania jest istotnym utrudnieniem dla kierowcy a ze względu na występowanie zjawiska nadmiernego bocznego poślizgu ogumienia podczas jazdy na torze krzywoliniowym jest przyczyną wypadków drogowych z udziałem tego typu pojazdów. Szerokość zajmowanego pasa drogi podczas ruchu na łuku drogi jest tym większa im większy jest kąt skrętu kół przednich i im większa jest długość całkowita pojazdu. W związku z tym wraca się do rozwiązań konstrukcyjnych wszystkich kół skrętnych bądź osi skrętnych w tego typu pojazdach, stosując mechanizmy skrętu samonastawne bądź sterowane sygnałem od siodła lub holu ciągnika. Kąt skręcania kół w kolejnych osiach jezdnych jest ustawiany za pomocą układu dźwigniowego lub hydraulicznego. Niniejsza praca wykorzystując model dynamiczny pojazdu czteroosiowego o wielu stopniach swobody posiadający możliwość skręcania wszystkich kół, poruszający się na łuku drogi, stanowi analizę jakościową problemu sterowania kołami ze względu na uniknięcie poślizgu bocznego w strefie współpracy pneumatyka z nawierzchnią jezdni. Uwzględnione zostanie zjawisko niesymetrycznego obciążenia układu jezdnych pojazdów. Sterowanie kątem skręcania wszystkich kół ma prowadzić do pokrycia bądź maksymalnego zbliżenia śladów kół osi przedniej i śladów kół osi tylnych pojazdu poruszającego się na łuku drogi. Wynikiem tego jest zmniejszenie zużycia ściernego opon, co przy dużej liczbie kół jezdnych prowadzi do obniżenia kosztów eksploatacji tego typu pojazdów. Rozwiązanie układu równań ruchu rozważanego modelu pojazdu pozwoli na określenie zależności między kątami skręcania kół w osi przedniej i w osiach tylnych a prędkością przemieszczania środka masy pojazdu. Możliwe będzie wyznaczenie toru ruchu pojazdu dla zadanych jego parametrów konstrukcyjnych i eksploatacyjnych.

Słowa kluczowe: transport, pojazd, model dynamiczny pojazdu samochodowego, ruch po torze krzywoliniowym

1. Wprowadzenie

Pojazdy wieloosiowe i członowe oraz pojazdy do wielkogabarytowych ładunków specjalnych [1, 3, 8, 11, 16] w przypadku wykonywania manewru omijania bądź wyprzedzania ze względu na strukturę układu jezdno narażone są często na wystąpienie zjawiska poślizgu w obszarze współpracy koła ogumionego z nawierzchnią jezdni. Manewry parkowania takich pojazdów są znacznie utrudnione. W związku z tym wraca się do rozwiązań konstrukcyjnych kół skrętnych bądź osi skrętnych zarówno w pojazdach jak i naczepach wieloosiowych. Niniejsza praca wykorzystując przestrzenny model dynamiczny pojazdu stanowi analizę jakościową problemu sterowania kołami ze względu na uniknięcie poślizgu w strefie współpracy pneumatyka z nawierzchnią jezdni. Płaskie modele pojazdów rozważane były w literaturze przedmiotu [4, 5-7], z uwzględnieniem hipotezy bocznego znoszenia. Przy rozpatrywaniu zagadnień kierowności i stateczności ruchu pojazdu.

2. Opis modelu pojazdu



Rys. 1. Model pojazdu czteroosiowego (fizyczna struktura modelu)
 Fig. 1. The four axle vehicle mode l(a physical model structure)

Przyjęto, że pojazd samochodowy czteroosiowy ze skręcanymi kołami, którego model pokazany jest na powyższym rysunku stanowi układ trzynastu brył umownych: masy resorowanej (bryła 1), mas nie resorowanych zawiesznień (cztery bryły) oraz ośmiu kół ogumionych (bryły K_i , gdzie $i = 1-8$). Przyjmuje się, że środek masy pojazdu leży na wzdluznej pionowej płaszczyźnie symetrii bryły 1. Masa nieresorowana zawieszienia (bryły 2-5) obejmuje masę części nie resorowanych wszystkich elementów związanych z kołami. Przyjmuje się, że środek masy leży na wzdluznej pionowej płaszczyźnie symetrii tych brył na wysokości równej promieniowi dynamicznemu kół pojazdu. Opony posiadają własności sprężyste w kierunku poprzecznym i promieniowym zależne od ciśnienia w ogumieniu oraz od obciążenia promieniowego koła. Odległość od jezdni środków poprzecznego przechyłu zawiesznień wszystkich osi w czasie ruchu jest stała. Pomija się zmiany odległości środka masy bryły 1 od osi przechyłów s.

Powyższe założenia upraszczające nałożyły więzy na wzajemne możliwe przesunięcia brył 1-5 i kół jezdnych, ograniczające liczbę stopni swobody modelu do dwudziestu. Są to:

- dwa przesunięcia wybranego punktu pojazdu w płaszczyźnie poziomej równoległej do drogi - X, Y,
- obrót całego układu względem osi prostopadłej do płaszczyzny drogi- kąt θ ,
- obrót bryły 1 względem brył 2, 3, 4 i 5 w płaszczyźnie pionowej poprzecznej- kąt ϕ_1 ,
- obrót brył 2, 3, 4 i 5 w płaszczyźnie pionowej poprzecznej - kąty $\phi_i \quad i = 2 \quad 5$,
- obrót kół względem własnej poziomej osi obrotu - kąty $\varepsilon_i \quad i = 1 \quad 8$,
- obrót kół wokół własnej osi pionowej przechodzącej przez środek koła – kąty $\varphi_i \quad i = 1-4$.

Zdefiniowano prostokątne prawoskrętne kartezjańskie układy współrzędnych pokazane na Rys. 1:

1. OXYZ - bezwzględny nieruchomy układ współrzędnych umieszczony w nieruchomym układzie odniesienia za jaki przyjęto Ziemię. Płaszczyzna XY jest płaszczyzną nawierzchni drogi po której pojazd się porusza a punkt O jest początkiem toru ruchu pojazdu. Kierunek osi X jest styczny do pożądanego toru ruchu pojazdu w punkcie startowym O, a jej zwrot wyznacza pożądanym kierunek ruchu pojazdu. Oś Z jest skierowana pionowo do góry.
2. Sxyz - pomocniczy układ współrzędnych o osiach stale równoległych względem odpowiednich osi układu OXYZ. Jako początek układu przyjęto punkt S leżący na osi przechyłów poprzecznych s. Punkt S jest rzutem pionowym środka masy C całego pojazdu (w spoczynku) na tę oś. Położenie punktu S jest stałe względem brył 1, 2, 3, 4 i 5, jest on sztywno związany z tymi bryłami. Układ Sxyz porusza się ruchem postępowym względem nieruchomego układu OXYZ.
3. $S\xi_1\eta_1\zeta_1$ - ruchomy układ współrzędnych sztywno związany z bryłą 1, zaczepiony w punkcie S. Oś ξ_1 i ζ_1 leżą w pionowej płaszczyźnie symetrii bryły 1, a oś η_1 jest prostopadła do tej płaszczyzny. Oś ξ_1 jest osią podłużną pojazdu. Układ $S\xi_1\eta_1\zeta_1$ porusza się względem nieruchomego układu OXYZ ruchem płaskim, a względem ruchomego układu Sxyz ruchem obrotowym względem osi ζ_1 określonym wartością kąta θ oraz ruchem obrotowym względem osi ξ_1 określonym wartością kąta ϕ_1 .
4. $S\xi_i\eta_i\zeta_i$ $i=2-5$ - ruchome układy współrzędnych sztywno związane z bryłami 2, 3, 4 i 5 zaczepione odpowiednio w punktach S_i . Oś ξ_i i ζ_i leżą w pionowej płaszczyźnie symetrii brył, a osie η_i są prostopadłe do tej płaszczyzny. Oś ξ_i jest osią podłużną pojazdu. Układy $S_i\xi_i\eta_i\zeta_i$ poruszają się względem nieruchomego układu OXYZ ruchem płaskim, a względem ruchomego układu Sxyz ruchem obrotowym względem osi ζ_i określonym wartością kąta θ oraz ruchem obrotowym względem osi ξ_i określonym wartością kąta ϕ_i .
5. $S_{K_i}\xi_{K_i}\eta_{K_i}\zeta_{K_i}$ $i=1-8$ - ruchomy układ współrzędnych związany z bryłą koła K_i zaczepiony w osi koła w punkcie S_{K_i} . Oś ξ_{K_i} i ζ_{K_i} leżą w pionowej płaszczyźnie symetrii koła, a oś η_{K_i} jest prostopadła do tej płaszczyzny.

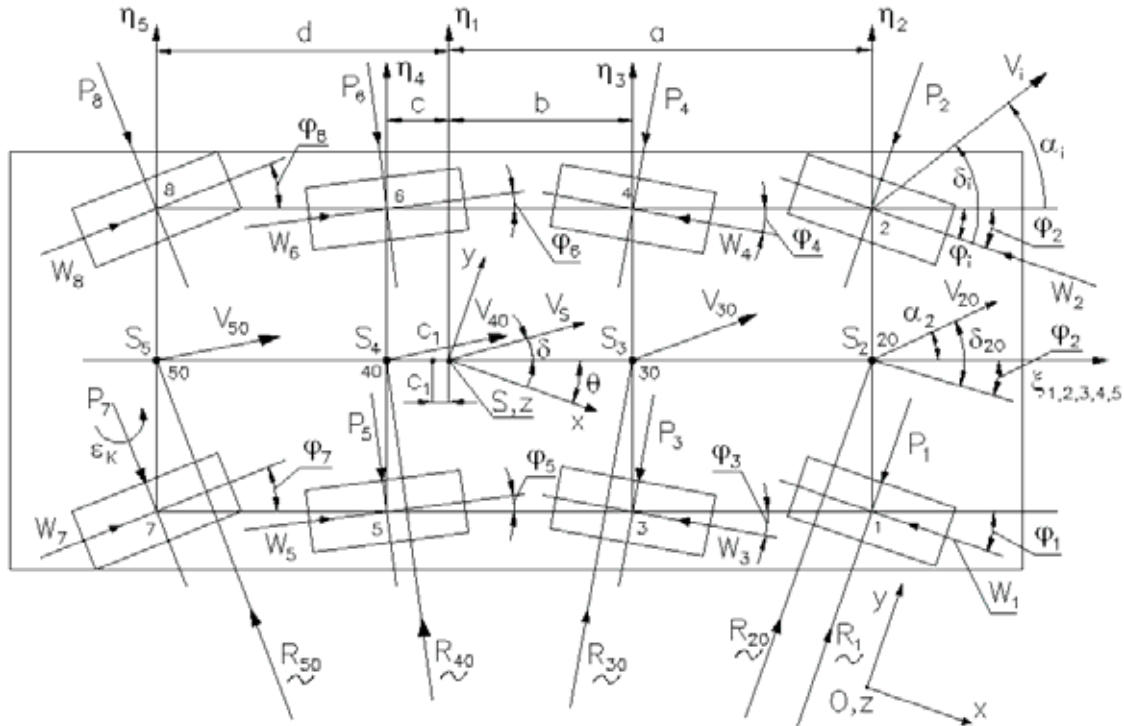
3. Budowa modelu matematycznego

W literaturze przedmiotu [4, 8, 11, 12, 15] spotkać można różne założenia do modelowania dynamiki pojazdu samochodowego, zależnie od stopnia złożoności modelu. Poniżej przedstawiono podstawowe założenia, dla modelowania dynamiki poprzecznej ruchu samochodu czteroosiowego z kierowanymi wszystkimi kołami. Pojazd porusza się po suchej i gładkiej nawierzchni drogi, a w połączeniach między bryłami umownymi nie występują żadne luzy. Wszystkie bryły umowne w czasie jazdy po torze krzywoliniowym wykonują obrót o kąt ϕ_i $i=1-5$ wokół osi przechyłów s. Założenie to jest szczególnie istotne w odniesieniu do samochodów ciężarowych. Oprócz tego poszczególne bryły samochodu wykonują obrót względem osi pionowej prostopadłej do drogi o kąt θ oraz ruch w kierunku osi wzdłużnej pojazdu tak jakby były ze sobą sztywno związane. Sił i momentów aerodynamicznych działających na masę resorowaną pojazdu nie bierze się pod uwagę. Uwzględnia się własności sprężyste i tłumiące zawieszenia. W modelu pojazdu uwzględnia się ruch obrotowy kół wokół centralnych, głównych osi bezwładności (kąty obrotu kół ε_i) i (kąty skrętu kół φ_i). Mogą być wykorzystane dowolne modele współpracy opony z nawierzchnią drogi [2, 8, 11] przy założeniu, że utrzymany jest stały kontakt kół ogumionych z nawierzchnią jezdni, a więc brak jest poślizgów kół. Wymuszenie kierunku toru ruchu jest spowodowane poprzez zmianę kąta obrotu kierownicy, a wszystkie działające na pojazd siły są skupione. Wszystkie koła jezdne pojazdu są kołami kierowanymi. Kołami napędowymi są koła trzeciej i czwartej osi. Reakcje od drogi działające na koła: wzdłużne, boczne i pionowe skupione są w jednym punkcie przecięcia pionowej osi obrotu koła z płaszczyzną drogi.

Schemat pojazdu z oznaczeniami wymiarów geometrycznych i wielkości kinematycznych pokazano na Rys. 2. Zmiana kinematyki pojazdu następuje w zależności od założonej prędkości środka masy pojazdu V_s . Pojazd obciążony jest siłami bocznymi P_i między nawierzchnią jezdni a ogumieniem, a kąty bocznego

znoszenia δ_i przyjmują małe wartości.

Na Rys. 2 pokazano ustawienie kół jezdnych pojazdu w ruchu krzywoliniowym. Koła pierwszej i drugiej osi oraz koła osi trzeciej i czwartej są skręcane w przeciwne strony. Dzięki temu przedłużenie ich osi obrotu może przecinać się w jednym punkcie, określanym jako chwilowy środek obrotu pojazdu. Koła pojazdu mogą toczyć się dzięki temu przy małym poślizgu bocznym na łuku drogi, zatem zużycie ścierne ogumienia, bardzo ważne przy dużej liczbie kół jezdnych będzie małe, a trwałość duża [13].



Rys. 2. Model pojazdu czteroosiowego (rzut na płaszczyznę $\xi_1\eta_1$)

Fig. 2. The four axle vehicle model (a projection view on a plane $\xi_1\eta_1$)

Zamieszczone na rysunkach i w równaniach oznaczenia określają odpowiednio:

a, b, c, d, e - wymiary geometryczne modelu pojazdu,

$h_1 - h_5$ - wysokości położenia środków mas poszczególnych brył względem osi przechyłów s ,

$S, S_2 - S_4$ - odpowiednio rzuty pionowe środka masy pojazdu i rzuty środków mas poszczególnych brył na oś przechyłów s ,

θ - kąt między osią wzdłużną pojazdu a osią x układu xy ,

$\delta, \delta_{20} - \delta_{50}, \delta_i$ - średni kąt znoszenia osi pojazdu, punktów (20-50) leżących na osi pojazdu oraz środków poszczególnych kół pojazdu,

\vec{R}_i, \vec{V}_i - wektory położenia i prędkości punktów $i = 20-50$,

φ_i - kąty skręcania kół $i = 1-4$,

ε_{Ki} - kąty obrotu kół,

V_s - prędkość środka masy pojazdu,

V_{s_i} - prędkości środków kół pojazdu,

P_i - siły boczne oddziaływania nawierzchni jezdni na pojazd,

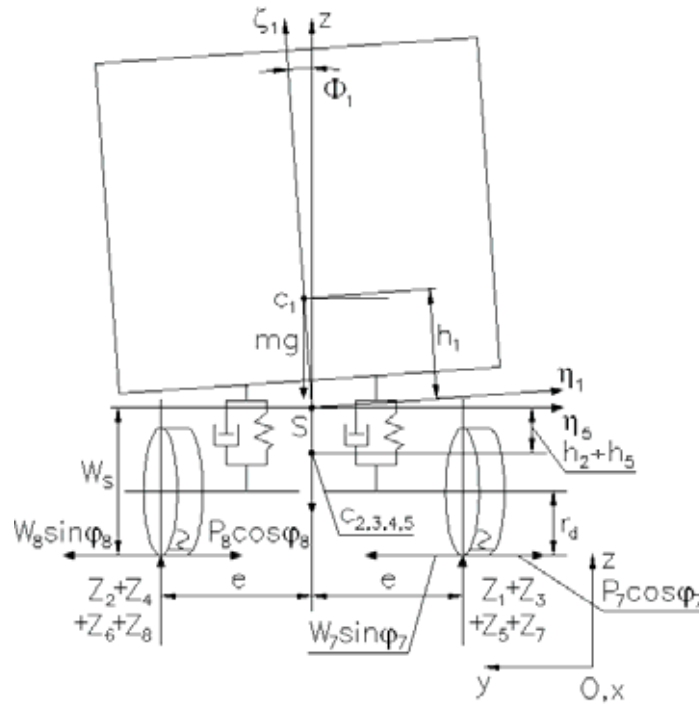
$W_1 - W_5$ - siły oporu ruchu pojazdu,

$W_6 - W_8$ - siły napędowe,

$Z_1 - Z_8$ - obciążenia pionowe poszczególnych kół,

J_{s_i} - moment bezwładności i -tej bryły względem osi przechyłów s ,

- J_{bi} - moment bezwładności i -tej bryły względem osi η_i ,
 J_i - moment bezwładności i -tej bryły względem osi z ,
 J_{dl} - dewiacyjny moment bezwładności bryły 1j,
 m_i - masa i -tej bryły,
 m_{Ki} - masa i -tego koła,
 J_K - moment bezwładności koła względem jego osi obrotu,
 J_{Ka} - moment bezwładności koła względem osi ζ ,
 $\dot{\varphi}$ - prędkość kątowa skręcania koła.



Rys. 3. Model pojazdu czteroosiowego (rzut na płaszczyznę $\eta_5\zeta_5$)

Fig. 3. The four axle vehicle model (a projection view on a plane $\eta_5\zeta_5$)

W przyjętym modelu zakłada się, że środki mas brył 2, 3, 4, 5 leżą w płaszczyznach $\eta_i\zeta_i$: gdzie $i = 2, 3, 4, 5$. Przyjmuje się, że kąty ϕ_i $i = 2 - 5$ są kątami małymi, odnosi się to również do pierwszych pochodnych tych kątów. Zaburzenia w postaci wiatru wiejącego w kierunku prostopadłym do osi podłużnej pojazdu nie występują. W związku z tym siły i momenty zaburzające są równe zero. Zakłada się również małe wartości wielkości h_i $i = 2 - 5$ - wysokości położenia środków mas względem osi s (Rys. 3). Masy poszczególnych mostów napędowych (m_2, m_3, m_4 oraz m_5) oraz masy kół jezdnych są dużo mniejsze od masy całego pojazdu. Jednocześnie uwzględnia się je w masie całego pojazdu. W literaturze przedmiotu większość autorów traktuje dewiacyjne momenty bezwładności brył 2-5 jako wartości małe wyższego rzędu [15]. Zakłada się również, że siły boczne oddziaływania nawierzchni jezdni na poszczególne koła pojazdu spełniają równości: $P_1=P_2, P_3=P_4, P_5=P_6, P_7=P_8$. Przyjęto takie same wartości sztywności poprzecznych tylnych i przednich kół ogumionych oraz takie same wartości kątów znoszenia bocznego dla kół lewych i prawych poszczególnych osi.

Równania ruchu pojazdu wyprowadzone z wykorzystaniem równania Lagrange'a II rodzaju mają następującą postać:

$$\begin{aligned}
 m \cdot \dot{V}_x - m_1 \cdot c_1 \cdot (\ddot{\theta} \cdot \sin \theta - \dot{\theta}^2 \cdot \cos \theta) = & 2 \cdot (-P_1 \cdot \varphi_1 - P_3 \cdot \varphi_2 + \\
 + P_5 \cdot \varphi_3 + P_7 \cdot \varphi_4 - W_1 - W_3 + W_5 + W_7) \cdot \cos \theta + & 2 \cdot (-P_1 - P_3 + \\
 - P_5 - P_7 + W_1 \cdot \varphi_1 + W_3 \cdot \varphi_2 + W_5 \cdot \varphi_3 + W_7 \cdot \varphi_4) \cdot & \sin \theta,
 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned}
 & m \cdot \dot{V}_y + m_1 \cdot [c_1 \cdot (\ddot{\theta} \cdot \cos \theta - \dot{\theta}^2 \cdot \sin \theta - \ddot{\phi}_1 \cdot \dot{\phi}_1 \cdot \sin \theta - \dot{\phi}_1^2 \cdot \sin^2 \theta + \\
 & - \dot{\phi}_1 \cdot \dot{\theta} \cdot \dot{\phi}_1 \cdot \cos \theta) + h_1 \cdot (-\ddot{\phi}_1 + \dot{\phi}_1^2 \cdot \dot{\phi}_1)] + m_1 \cdot h_1 \cdot (-\ddot{\phi}_1 + \dot{\phi}_1^2 \cdot \dot{\phi}_1) = \\
 & 2 \cdot (-P_1 \cdot \varphi_1 - P_3 \cdot \varphi_2 + P_5 \cdot \varphi_3 + P_7 \cdot \varphi_4 - W_1 - W_3 + W_5 + W_7) \cdot \sin \theta + \\
 & + 2 \cdot (-P_1 - P_3 - P_5 - P_7 + W_1 \cdot \varphi_1 + W_3 \cdot \varphi_2 + W_5 \cdot \varphi_3 + W_7 \cdot \varphi_4) \cdot \cos \theta,
 \end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned}
 & m_1 \cdot [(-\dot{V}_y \cdot \dot{\phi}_1 \cdot \sin \theta - V_y \cdot \ddot{\phi}_1 \cdot \sin \theta - V_y \cdot \dot{\theta} \cdot \dot{\phi}_1 \cdot \cos \theta) \cdot c_1 + \\
 & + (-\dot{V}_y + V_y \cdot \dot{\phi}_1 \cdot \dot{\phi}_1) \cdot h_1] + J_{s1} \cdot (\ddot{\phi}_1 \cdot \cos^2 \theta - \dot{\phi}_1 \cdot \dot{\theta} \cdot \sin 2 \cdot \theta) + \\
 & + J_{b1} \cdot (\ddot{\phi}_1 \cdot \sin^2 \theta + \dot{\phi}_1 \cdot \dot{\theta} \cdot \sin 2 \cdot \theta) - m_1 \cdot V_y \cdot [-(\dot{\theta} \cdot \dot{\phi}_1 \cdot \cos \theta + \dot{\phi}_1^2 \cdot \sin \theta) \cdot c_1 + \\
 & + \dot{\phi}_1 \cdot \dot{\phi}_1 \cdot h_1] + 2 \cdot [c_{z2} \cdot (\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2) + c_{z3} \cdot (\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_3) + c_{z4} \cdot (\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_4) + \\
 & + c_{z5} \cdot (\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_5)] \cdot e^2 + 2 \cdot [k_{z2} \cdot (\phi_1 - \phi_2) + k_{z3} \cdot (\phi_1 - \phi_3) + k_{z4} \cdot (\phi_1 - \phi_4) + \\
 & + k_{z5} \cdot (\phi_1 - \phi_5)] \cdot e^2 = m_1 \cdot h_1 \cdot (\dot{\phi}_1 \cdot g + \dot{\theta}^2 \cdot r'),
 \end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned}
 & m_1 \cdot c_1 \cdot (-\dot{V}_x \cdot \sin \theta + \dot{V}_y \cdot \cos \theta) + \sum_{i=1}^5 J_i \cdot \ddot{\theta} - 0.5 \cdot \sum_{i=1}^5 J_{si} \cdot \dot{\phi}_i^2 \cdot \sin 2\varphi + \\
 & + 0.5 \cdot \sum_{i=1}^5 J_{bi} \cdot \dot{\phi}_i^2 \cdot \sin 2\varphi + J_{d1} \cdot \dot{\phi}_1 \cdot \dot{\theta} \cdot \theta = 2 \cdot [(-P_1 + W_1 \cdot \varphi_1) \cdot a + \\
 & - P_1 \cdot \varphi_1 \cdot e - P_3 \cdot \varphi_2 \cdot b + (P_5 - W_5 \cdot \varphi_3) \cdot c + (P_7 - W_7 \cdot \varphi_4) \cdot d]
 \end{aligned} \tag{4}$$

oraz cztery równania dla brył 2–5:

$$\begin{aligned}
 & J_{si} \cdot (\ddot{\phi}_i \cdot \cos^2 \theta - \dot{\phi}_i \cdot \dot{\theta} \cdot \sin 2 \cdot \theta) + J_{bi} \cdot (\ddot{\phi}_i \cdot \sin^2 \theta + \dot{\phi}_i \cdot \dot{\theta} \cdot \sin 2 \cdot \theta) = \\
 & = 2 \cdot c_{zi} \cdot (\dot{\phi}_i - \dot{\phi}_1) \cdot e^2 + 2 \cdot k_{zi} \cdot (\phi_i - \phi_1) \cdot e^2 + 2 \cdot k_{ki} \cdot \dot{\phi}_i,
 \end{aligned} \tag{5}$$

gdzie: $i = 2 \dots 5$.

Korzystając z uproszczonej teorii koła [2, 5, 8, 12] można określić siły i momenty działające na koła. Równania ruchu kół pierwszej i drugiej osi (kół nienapędzanych) mają postać:

$$J_K \cdot \ddot{\varepsilon}_i = r_d \cdot (F_i - Z_i \cdot f - F_{bK} - F_{skr}), \text{ gdzie: } i = 1-4. \tag{6}$$

Dla kół osi trzeciej i czwartej, czyli kół napędzanych zewnętrznych i wewnętrznych równania ruchu przyjmują postać:

$$J_K \cdot \ddot{\varepsilon}_i = 0.5 \cdot M_n \pm 0.5 \cdot m_{tr} \cdot \text{sgn } \dot{\theta} - r_d \cdot (F_i - Z_i \cdot f - F_{skr}), \tag{7}$$

dla $i = 5, 7$ (znak -), a dla $i = 6, 8$ (znak +).

Równania ruchu dotyczące skrętu kół przy założeniu, że kąty skręcania na poszczególnych osiach są takie same, jest następujące:

$$J_K \cdot \ddot{\varphi}_i = \sum_{i=1}^4 M_{iskr}, \tag{8}$$

gdzie oznaczono:

r_d - promień dynamiczny koła,

F_i - siła pozioma wymuszająca ruch koła toczzonego, bądź przeciwdziałająca ruchowi koła napędzanego,

Z_i - chwilowe obciążenie pionowe koła,

f - współczynnik oporu toczenia koła,

F_{skr} - siła oporów skrętu koła,

F_{bK} - siła bezwładności koła w ruchu postępowym,

m_{tr} - moment sił tarcia,

M_{skr} - moment skrętu kół.

Przyjmując małe wartości kątów bocznego znoszenia [5] oraz takie same wartości kątów skręcania dla kół osi przedniej φ_1 , oraz φ_2 , φ_3 i φ_4 odpowiednio dla kątów skręcania kół kolejnych osi samochodu, otrzymuje się zależności na kąty bocznego znoszenia kół poszczególnych osi:

$$\begin{aligned} \delta_{20} &= \varphi_1 + \delta - \frac{a}{v_s} \cdot \frac{d\theta}{dt} ; \delta_{30} = \varphi_2 + \delta - \frac{b}{v_s} \cdot \frac{d\theta}{dt}, \\ \delta_{40} &= -\varphi_3 + \delta + \frac{c}{v_s} \cdot \frac{d\theta}{dt} ; \delta_{50} = -\varphi_4 + \delta + \frac{d}{v_s} \cdot \frac{d\theta}{dt}. \end{aligned} \quad (9)$$

Rozwiązanie układu równań pozwala wyznaczyć funkcje $\theta(t)$, $\delta(t)$ oraz $\frac{d\theta}{dt}$, $\frac{d\delta}{dt}$, niezbędne do określenia współrzędnych punktów 20 (X_{20} , Y_{20}), 30 (X_{30} , Y_{30}), 40 (X_{40} , Y_{40}) i 50 (X_{50} , Y_{50}) a następnie do wyznaczenia współrzędnych środków poszczególnych kół w układzie XY (Rys. 1).

Składowe wektorów prędkości $\vec{V}_{20}(V_{20X}, V_{20Y})$, $\vec{V}_{30}(V_{30X}, V_{30Y})$, $\vec{V}_{40}(V_{40X}, V_{40Y})$, $\vec{V}_{50}(V_{50X}, V_{50Y})$ zaczepione w środkach osi kół oznaczonych jako 20 (X_{20} , Y_{20}), 30 (X_{30} , Y_{30}), 40 (X_{40} , Y_{40}), 50 (X_{50} , Y_{50}) (Rys. 1), można zapisać w postaci macierzy:

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} V_{20X} \\ V_{20Y} \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} V_s \\ V_s \cdot \delta - a \cdot \frac{d\theta}{dt} \end{Bmatrix} \cdot A & \begin{Bmatrix} V_{30X} \\ V_{30Y} \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} V_s \\ V_s \cdot \delta - b \cdot \frac{d\theta}{dt} \end{Bmatrix} \cdot A, \\ \begin{Bmatrix} V_{40X} \\ V_{40Y} \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} V_s \\ V_s \cdot \delta + c \cdot \frac{d\theta}{dt} \end{Bmatrix} \cdot A & \begin{Bmatrix} V_{50X} \\ V_{50Y} \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} V_s \\ V_s \cdot \delta + d \cdot \frac{d\theta}{dt} \end{Bmatrix} \cdot A, \end{aligned} \quad (10)$$

gdzie A jest macierzą postaci:

$$A = \begin{Bmatrix} \sin \theta & (-\cos \theta) \\ \cos \theta & \sin \theta \end{Bmatrix}. \quad (11)$$

W dalszej części zakłada się, że kąty skręcania kół osi pierwszej φ_1 i czwartej φ_4 są sobie równe.

Odległość między osiami pojazdu nie jest duża w związku z tym takie założenie jest możliwe.

Tory ruchu kół przednich i tylnych prawie się pokrywają. Dla tego założenia z warunku prostokątności wektorów \vec{V}_{20} i \vec{R}_{20} oraz \vec{V}_{50} i \vec{R}_{50} można określić położenie chwilowego środka obrotu pojazdu oznaczonego jako O(X_0 , Y_0) z równań iloczynu skalarnego.

$$\vec{V}_{20} \cdot \vec{R}_{20} = 0 ; \quad \vec{V}_{50} \cdot \vec{R}_{50} = 0. \quad (12)$$

Współrzędne chwilowego środka obrotu pojazdu określone są przez wyrażenia:

$$X_0 = \frac{-X_{20} \cdot A1 + X_{50} \cdot B1 + Y_{50} - Y_{20}}{B1 - A1}, \quad (13)$$

$$Y_0 = X_{20} \cdot A1 - X_0 \cdot A1 + Y_{20},$$

gdzie A1 i B1 określają zależności:

$$\frac{V_{20X}}{V_{20Y}} = A1; \quad \frac{V_{50X}}{V_{50Y}} = B1. \quad (14)$$

Dla osi trzeciej i czwartej można napisać równania:

$$\vec{V}_{30} \cdot \vec{R}_{30} = 0; \quad \vec{V}_{40} \cdot \vec{R}_{40} = 0. \quad (15)$$

W związku z tym otrzymujemy wyrażenia:

$$V_{30x} = -\frac{(Y_0 - Y_{30})}{(X_0 - X_{30})} \cdot V_{30y}, \quad V_{40x} = -\frac{(Y_0 - Y_{40})}{(X_0 - X_{40})} \cdot V_{40y}. \quad (16)$$

Współrzędne punktów: 30 (X_{30}, Y_{30}) - środka trzeciej osi i 40 (X_{40}, Y_{40}) - środka czwartej osi można określić z wymiarów geometrycznych pojazdu (Rys. 2).

Z warunków równości rzutów wektorów prędkości na wzdlużną oś symetrii pojazdu wynikają równania:

$$\begin{aligned} |\vec{V}_{20}| \cdot \cos(\delta_{20} - \varphi_1) &= |\vec{V}_{30}| \cdot \cos(\delta_{30} - \varphi_2) = \\ &= |\vec{V}_{40}| \cdot \cos(\delta_{40} + \varphi_3) = |\vec{V}_{50}| \cdot \cos(\delta_{50} + \varphi_4). \end{aligned} \quad (17)$$

Uwzględniając powyższe równania wyznacza się współrzędne środków osi czwartej i piątej - 40 (X_{40}, Y_{40}), 50 (X_{50}, Y_{50}), następnie można określić składowe wektorów prędkości: $\vec{V}_{40}(V_{40X}, V_{40Y}), \vec{V}_{50}(V_{50X}, V_{50Y})$. Po przekształceniach wyznacza się wartości kątów skręcania kół osi czwartej i piątej φ_3 i φ_4 dla założonego warunku śledzenia torów kół pierwszej i piątej osi pojazdu czteroosiowego. Im długość pojazdu jest większa tym różnice między kolejnymi kątami skrętu kół są większe. Odległości między śladami kół poszczególnych osi określa się z zależności:

$$W1 = |\vec{R}_{20}| - |\vec{R}_{30}|; \quad W2 = |\vec{R}_{20}| - |\vec{R}_{40}|; \quad W3 = |\vec{R}_{20}| - |\vec{R}_{50}|. \quad (18)$$

Współrzędne środków osi kół w układzie XY określają poniższe wyrażenia:

$$\begin{aligned} X_i &= \int_0^t [V_s \cdot \sin \theta - (V_s \cdot \delta - D \cdot \frac{d\theta}{dt}) \cdot \cos \theta] dt, \\ Y_i &= \int_0^t [V_s \cdot \cos \theta + (V_s \cdot \delta - D \cdot \frac{d\theta}{dt}) \cdot \sin \theta] dt, \end{aligned} \quad (19)$$

gdzie: dla $i=20, 30$ oznaczenie D przyjmuje wartość odpowiednio a lub b , a dla $i=40, 50$ D przyjmuje wartość $(-c)$ bądź $(-d)$.

Współrzędne środków poszczególnych kół w układzie XY określają wyrażenia:

$$X_k = X_i \mp e \cdot \cos \theta, \quad Y_k = Y_i \pm e \cdot \sin \theta, \quad (20)$$

gdzie $k=1...8$, a $i=20...50$.

4. Podsumowanie

Przedstawiony model pojazdu z kierowanymi kołami pozwala na ocenę wpływu wybranych parametrów konstrukcyjnych, eksploatacyjnych i kątów skrętu kół na tor ruchu pojazdu. Możliwe jest określenie wartości kąta skrętu kół osi tylnych dla założonej wartości kąta skręcania kół kierowanych przez kierowcę i prędkości jazdy. Skręcanie kół tylnych zmniejsza wartość promienia krzywizny toru ruchu pojazdu.

W dalszej kolejności rozpatrywane będą modele pojazdów wieloosiowych i członowych o większej liczbie stopni swobody [3, 10, 13] z kierowanymi kołami z wykorzystaniem hipotezy współpracy koła ogumionego z nawierzchnią jezdni uwzględniającej niesymetryczne obciążenie pojazdu siłami pionowymi w ruchu na łuku drogi. Zaproponowany zostanie system bezpoślizgowego sterowania kołami wykorzystujący sterowanie uchybowe. W naczepach wieloosiowych i dłuźycowych coraz częściej są stosowane osie z kołami kierowanymi. Można rozróżnić mechanizmy skrętu samonastawne (skręt samoczynny) oraz koła sterowane od siodła ciągnika lub holu ciągnika. Kąt skręcania kół w kolejnych osiach jezdnych jest ustawiany za pomocą układu dźwigniowego lub hydraulicznego. Boczny poślizg ogumienia jest przyczyną przyspieszonego zużycia się opon niekierowanych kół naczep i przyczep znacznej długości [13]. Kierowanie kołami w pojazdach długich ma istotny

wpływ na szerokość zajmowanego pasa drogi podczas skrętu, wielkość promienia skrętu między ścianami bądź między krawężnikami jak również wewnętrzny promień skrętu [3, 12, 13]. W dalszej kolejności zostaną przeprowadzone obliczenia komputerowe uwzględniające wpływ parametrów konstrukcyjnych i eksploatacyjnych pojazdu czteroosiowego z wykorzystaniem danych identyfikacyjnych elementów pojazdu STAR 266 na przebieg toru ruchu.

Literatura

- [1] Chodkowski, A. W., *Badania modelowe pojazdów gąsienicowych i kołowych*, WK i Ł Warszawa 1982.
- [2] Dugoff, H., Fancher, P. S., Segel, L., *An analysis of tire traction properties and their influence on vehicle dynamics performance* S.A.E., Paper 700377, 1970.
- [3] Fitch, J. W., *Motor Truck Engineering Handbook*, Society of Automotive Engineers, Inc. 400, Commonwealth Drive Warrendale, PA 15096-0001 U.S.A.
- [4] Jazar Resa, N., *Vehicle Dynamics Theory and Application*, Springer Science + Business Media, LLC, 2008.
- [5] Lanzerdoerfer, J., Szczepaniak, C., *Teoria ruchu samochodu*, WK i Ł Warszawa 1980.
- [6] Leister Gunter, *Fahrzeugreifen und Fahrwerkentwicklung*, Vieweg + Teubner GWV Fachverlage GmbH, Wiesbaden 2009.
- [7] Litwinow, A., *Kierowalność i stateczność samochodu*, WK i Ł Warszawa 1975.
- [8] Mitschke, M., Wallentowitz, H., *Dynamik der Kraftfahrzeuge*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2004.
- [9] Nejmark, J. I., Fufajew, N. A., *Dynamika układów nieholonomicznych*. PWN, Warszawa 1971.
- [10] O' Malley, T. J., *Wojskowe pojazdy transportowe*, Przekład i redakcja naukowa Ryszard Woźniak, Przemysław Kupidura, Dom Wydawniczy BELLONA, Warszawa 2002.
- [11] Pacejka, H., *Tyre & Vehicle Dynamics*, Wydawnictwo Butterworth Heinemann 2002.
- [12] Prochowski, L., *Teoria ruchu i dynamika pojazdów mechanicznych*, WAT, Warszawa 1996.
- [13] Prochowski, L., Żuchowski, A., *Samochody ciężarowe i autobusy*, WK i Ł, Warszawa 2004.
- [14] *Dynamical Analysis of Vehicle Systems*, CISM Courses and Lectures, Vol. 497, Schiehlen Werner - Editor, Springer Wien, New York 2007.
- [15] Więckowski, D., *Optymalizacja wymuszenia działającego na kierownicę ze względu na kryterium poprawności wykonywania typowych manewrów ruchu samochodu*, Rozprawa doktorska, Politechnika Świętokrzyska, Kielce 2006.
- [16] Zaremba, Z., *Przyczepy i naczepy specjalizowane*, WKŁ, Warszawa 1989.

